

Шамин Денис. Теорія ймовірностей. ~~Вправа~~
2 курс ЕФ

8.3 4.3 ; 4.8 ; 4.11 ; 4.13 ; 4.18 ; 4.25

N 4.3

$$a) P_5(2) = C_5^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{5!}{3!2!} \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 0,33$$

$$b) P(A) = P(B) \cup P(C) = P(B) + P(C) = P_5(4) + P_5(5) = \\ = \frac{5!}{4!1!} C_5^4 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{2}{3}\right) + C_5^5 \left(\frac{1}{3}\right)^5 = 0,045$$

$$b) \Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$$

$$A = \{\text{когда } \delta \text{ уже } \omega_{100}\}$$

$$B = \{\text{не когда } \delta \text{ уже } \omega_{100}\}$$

$$A = \Omega / B;$$

$$P(A) = 1 - P(B) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^5 = 1 - \frac{32}{243} = 0,868$$

N 4.8

$$a) 0,8 < 100$$

$$P_n(k_1, k_2) = \Phi(x_2) - \Phi(x_1), \text{ где } x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}}; \quad x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}}$$

$$n=100, \quad k_1=75, \quad k_2=90; \quad p=0,8;$$

$$q=1-p=1-0,8=0,2;$$

$$P_{100}(75, 90) = \Phi\left(\frac{90 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) - \Phi\left(\frac{75 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) = \\ = \Phi\left(\frac{10}{4}\right) - \Phi\left(-\frac{5}{4}\right) = \Phi(2,5) - \Phi(-1,25) = \Phi(2,5) - (1 - \Phi(1,25)) = \\ = \Phi(2,5) + \Phi(1,25) - 1 = 0,8882$$

$$b) k_1=75; \quad k_2=100$$

$$P_{100}(75, 100) = \Phi\left(\frac{100 - 100 \cdot 0,8}{4}\right) + \Phi\left(-\frac{5}{4}\right) = \Phi(5) + \Phi(-1,25) =$$

$$1 = 0,8944.$$

$$b) P_{100}(0; 74) = \Phi\left(\frac{74 - 100 \cdot 0,8}{4}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 100 \cdot 0,8}{4}\right) = \\ = \Phi(-1,5) - \Phi(-20) = 1 - \Phi(1,5) - (1 - \Phi(20)) = 0,0688.$$

N4.11

$$p = 0,9 < 900 = n$$

$$K_1 = 790 ; K_2 = 890$$

$$P_{900}(790, 890) = \Phi\left(\frac{890 - 900 \cdot 0,9}{\sqrt{900 \cdot 0,9 \cdot 0,1}}\right) - \Phi\left(\frac{790 - 900 \cdot 0,9}{\sqrt{900 \cdot 0,9 \cdot 0,1}}\right) =$$

$$= \Phi\left(\frac{20}{9}\right) - \Phi\left(-\frac{20}{9}\right) = \Phi\left(\frac{20}{9}\right) - 1 + \Phi\left(\frac{20}{9}\right) = \Phi\left(\frac{20}{9}\right) +$$

$$+ (\Phi(2,22)) - 1 = 0,9736.$$

N4.13

$$q = 1 - p = 0,999$$

$$P_{1000}(2) = C_{1000}^2 (0,001)^2 (0,999)^{998}$$

$$P_{1000}(2) = \frac{1}{\sqrt{1000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}} \cdot \varphi\left(\frac{2 \cdot 1000 \cdot 0,001}{\sqrt{1000 \cdot 0,001 \cdot 0,999}}\right) =$$

$$= \frac{1}{0,9995} \cdot \varphi\left(\frac{1}{0,9995}\right) = \varphi(1) \cdot \frac{1}{0,9995} \approx 0,2421$$

N4.25

$$n = 2k+1, k = 0, 1, 2, \dots$$

У всіх випробувань з непарними номерами буде невдача, з парними з них парні: $P = q^9 \cdot \dots$

$$P = q^9 \cdot P \rightarrow \text{умова, що усіх буде у 18-ому випр.}$$

Залишається 8 випробувань: $P_8(4) = C_8^4 p^4 q^4$

$$P = q^9 p C_8^4 p^4 q^4 = C_8^4 p^5 q^{13}$$

13 - парні; 4 - усіх.

N4.18

$$P_{k,n} = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$n = 10, k = 6, p = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$P_{6,10} = \frac{10!}{6!(4!)} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot (1-0,5)^4 = 0,205078 \text{ (рівно на 6 потань)}$$

$$\text{не менше ніж 6 з 10: } P = P_{6,10} + P_{7,10} + P_{8,10} + P_{9,10} + P_{10,10}$$